

## 目錄

概論

財務評價方法

歐式股票選擇權的評價：Black and Scholes 的模型

歐式與美式股票選擇權的評價：蒙地卡羅模擬與二項式模型

隨機利率下零息債券的評價

隨機利率下零息債券的評價：蒙地卡羅模擬與二項式模型

債券衍生性商品的評價：均衡模型

債券衍生性商品的評價：無套利模型

利率衍生性商品的評價：市場模型

評價模型的參數值估計

評價模型在風險管理的運用

Black and Scholes 模型的延伸

## 第一章概論

### 第一節 財務工程的意義

財務工程是有關於財務評價與風險管理的科學與技巧(the science and technique of valuation and risk management)。這門領域運用許多現代數學與統計，例如隨機微積分(stochastic calculus)、機率與測度(probability and measure)等。所以有些人將它視為財務數學(mathematical finance)或數量財務(quantitative finance)。這門領域有許多計算工作，包含數學運算與數值分析，需要電腦軟體或程式來協助。所以，學習一套能執行財務計算的軟體或程式設計的技巧是不可或缺的。因此，財務工程是一門運用數學與電腦計算技術於財務決策或解決財務問題的一門學科。

### 第二節 財務評價與風險管理的重要性

現代市場經濟下的組織，包含政府、金融機構、一般企業與家庭，都有財務決策的問題。其中如何做好資金運用與資金籌措以達成組織的目標通常是組織經營的重要課題。許多財務決策的成本與效益通常是跨期而且是不確定的。如何加減不同時期與不確定下的成本與效益得出淨效益是財務評價的問題。沒有正確客觀的財務評價，則財務決策將無所依據。經濟組織於未來通常會面臨不確定的財務損失，如何調整或控制不確定損失的程度以降低其負面影響是風險管理的課題。有效的風險管理有助於組織的永續發展進而提昇組織的價值或福利水準。

此外，許多財務決策或風險管理都是透過買賣金融商品來執行。例如，買進股票來投資、賣出債券來融資或買賣期貨來避險。以何種價格來買或賣才合理划算也需要財務評價。所以，金融商品的評價也是財務金融的重要課題。特別是以買賣金融商品為主要經營業務的金融機構，評價與訂價是風險管理的首要工作。有了正確的評價模型才能據以找出有效的避險方案。

### 第三節 財務工程中被評價商品的架構

財務工程源起於 Black and Scholes(1973)與 Merton(1973)對歐式股票選擇權(European stock options)的評價。這是一種衍生性金融商品(derivatives)，其價值主要是受標的股票價格(underlying stock price)的影響。他們發展出的評價方法論可適用於其他各式各樣的衍生性金融商品，因為他們的價值也受其標的物價格(underlying asset price)或標的變數(underlying variable)的影響。另外，債券這種金融商品，通常被視為基本金融商品而非衍生性金融商品，但其價值受利率變數的影響，因此也可以用他們的方法來評價。總之，任何被評價的商品或計畫，若其價值主要受某些金融變數，甚至非金融變數的影響，財務工程通常可以派上用

場。例如，指數選擇權(index options)、對利率敏感之商品(interest-sensitive securities)、信用風險連結商品(credit-linked securities)、結構型商品(structured products)、實質選擇權(real options)與巨災債券(catastrophe bonds)等。

#### 第四節 本書的內容與特色

本書提供財務工程初學者入門的基礎。主要內容是評價金融衍生性商品，特別是選擇權，所需的基礎財務觀念、基本數學工具以及電腦輔助相關計算的簡單程式設計。無論是學術界或實務界人士，只要具有簡單微積分與統計基礎，就可理解本書主要的內容。而財務金融的背景並非必要。

本書所探討評價的商品，除債券外，都是標準選擇權(standard options)。此包括歐式買賣權(European call and put)與美式買賣權(American call and put)。詳細的內容計有股票選擇權(stock options)、外匯選擇權(currency options)、交換選擇權(exchange options)、差距選擇權(gap options)、期貨選擇權(futures options)、債券選擇權(bond options)、利率選擇權(interest rate options)與利率交換選擇權(swaptions)。這些商品將在評價時的相關章節做說明。就歐式選擇權而言，他們的評價問題，在完美市場(frictionless market)的前提與標的變數服從對數常態分配的假設下，最後都可以發展出像 Black-Scholes 的公式來解決。就某些評價的問題，本書也介紹如何運用蒙地卡羅模擬(Monte Carlo Simulation)來解決。就美式選擇權的評價，本書介紹二項式模型(binomial model)的應用。

本書的核心在第二章的財務評價方法與第三章 Black-Scholes 模型的財務數學。讀者若能熟悉與理解這兩章的內容，後續的評價問題都是重覆應用。在財務評價方法上，該章詳細介紹了複製法(replication method)、風險中立評價法(risk neutral valuation method)與現金流量折現法(discounted cash flows method)並說明為何現金流量折現法不適用於選擇權的評價。其實，本人建議讀者可先拋開傳統現金流量折現法的分析架構。雖然，現金流量折現法是許多大學財金教科書中最重要、最普遍的評價方法。然而，就如同量子力學的概念無法用傳統力學的架構來分析一樣，Black-Scholes(1973)的選擇權評價開創了異於傳統的觀念與方法。在數學工具方面，雖然有談到偏微分方程式(partial differential equation)的方法，但主要介紹風險中立評價(risk neutral valuation)法或更一般化的平賭方法(Martingale approach)相關的數學。

本書第五章至第九章都是利率模型最基本的課題，非常適合初學者一探究竟。而且，除第九章外，全部都以最簡單的 Merton(1973)模型與 Vasicek(1977)模型的單因子模型貫穿，包括有均衡模型(Equilibrium model)、無套利模型(No-arbitrage model)與市場模型(Market model)。這部份系統化的整理是其他相關書籍所缺少的。當然，本書也沒有忽略 Cox, Ingersoll and Ross(1985)的模型。這些內容雖然是整個利率模型的一小部份，然而卻是學習利率模型很好的開端。

本書也利用 Microsoft Office 的 Excel 中工作表(worksheet)與 VBA(Visual

Basic Applications)的程式設計來說明評價時相關的財務計算。其實像 Matlab 與 Maple 也是很好財務應用軟體。本人也將會於個人網頁放置相關的程式碼以供讀者之需。在第三章對 VBA 有詳細的入門介紹。財務概念、財務數學與財務計算的電腦程式設計，此三者相輔相成爲財務工程的知識。本書的設計即是從此觀點出發，並以常見於市場與教科書上的選擇權爲評價的練習對象，期望使讀者或初學者不再視財務工程爲一門深奧、複雜與難懂的一門學科。

## 第五節 本書的架構

本書共十二章，其架構如下：第一章說明財務工程的意義、本書涵概內容與本書架構。在第二章中，本書利用一個極爲簡化的模型與案例來比較三種財務評價方法，複製法(replication method)、風險中立評價法(risk-neutral valuation method)與現金流量折現法(discounted cash flows method)，於歐式股票買權。其結果顯示，傳統的現金流量折現法並不適合用於評價選擇權。而複製法與風險中立評價法兩者皆能獲得正確且一致的答案，此兩者實有異曲同工之妙。第三章探討在 Black-Scholes 模型下，標的變數服從幾何布朗運動(Geometric Brownian Motion)時歐式的股票選擇權與外匯選擇權的評價。其中複製法與風險中立評價法的詳細運用皆有說明。第四章介紹如何運用蒙地卡羅模擬與二項式模型來評價。此兩種數值方法實築基於風險中立評價法。其中亞式選擇權(Asian options)與美式選擇權(American options)的評價也在本章中。第五章至第九章都是與利率相關商品的評價。同樣的，也是運用複製法或風險中立評價法。第五章介紹隨機利率下零息債券的評價。其中隨機利率模型包括 Merton(1973), Vasicek(1977)與 Cox, Ross and Ingersoll(1985)三種。在此三種模型下都可以導出評價的公式。第六章介紹如何運用蒙地卡羅模擬與二項式模型來評價零息債券。第七章是均衡模型下歐式債券選擇權的評價。這是運用將風險中立評價法一般化後的 Martingale 方法。第八章是符合市場利率結構(term structure)的歐式債券選擇權的評價，此即所謂的無套利模型。第九章是市場模型下利率選擇權與利率交換選擇權的評價。其實，市場模型也是無套利模型的一種。第十章是評價模型裡參數值估計。其中主要是波動率參數(volatility parameter)的估計，有歷史波動率(historical volatility)與隱含波動率(implied volatility)兩種。其中有詳細說明找出隱含波動率常用的兩種數值方法。第十一章介紹評價模型在風險管理的應用。包括靜態避險(static hedging)、動態避險(dynamic hedging)與投資組合保險(portfolio insurance)。其中，在交易成本下的動態避險，是很多相關書籍比較少提到的。最後一章是 Black and Scholes 模型的延伸，介紹 Black-Scholes 模型架構應用在其他選擇權評價。有比較簡單的，此時評價公式比 Black-Scholes 公式更簡單。也有更一般化的，此時 Black-Scholes 公式是該評價公式的一個特例而已。

## 參考文獻

- Black, F. and M. Scholes, (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81, 637-659.
- Cox, J. J. Ingersoll and S. Ross, (1985), "A Theory of Term-structure of Interest Rates Economy," *Econometrica*, 53, 385-408.
- Merton, R. C., (1973), "Theory of Ration Option Pricing," *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 449-470.
- Vasicek, O., (1977), "An Equilibrium Characterisation of the Term Structure," *Journal of Financial Economics*, 5, 177-188.